

NWERC 2003 解题报告 (PKU 1631-1638)

辜斯缪*

October 2, 2008

还差最后一道题没有完成，所以只能算beta版

1 Bridging signals

1.1 题意

给一块线路板，上面从左边到右边有一些线路相连，问你是否可以选择一部分线路集使得他们不相交且数量最多

1.2 解法

典型的最长不上升子序列的应用，在CLRS上有详尽的介绍。由于数据范围的限制，需要使用 $O(N \log_2 N)$ 的算法。

2 Vase collection

2.1 题意

假设有一种瓷器可以用 (x, y) 来描述它，并且 $1 \leq x, y \leq 36$ ，现在假设我们已经拥有一定数量的瓷器（数量在100以内），求一个K使得存在两个集合 S_x 和 S_y 分别是xy的子集，并且我们拥有所有包含在它们的笛卡尔积的瓷器，即有瓷器集合 $\{S_{xy} | x \in S_x, y \in S_y\}$ 。

2.2 解法

这道问题很像集合覆盖问题，我直接用搜索甚至都没有什么剪枝就可以过。怀疑是否有什么关于匹配的做法可以做这个题。而后看了标程也是用搜索过的。

3 Gladiators

3.1 题意

有 N ($N \leq 50$)对高低不等的平台，要把他们一字排开。对于每一种排法，从水

*你可以通过simiu0609@gmail.com联系我

平面开始每次上升一个台阶都是一个难度值，那么每种排法都有一个总难度值。现在给出一个难度值和平台对数，要求有多少种摆法刚好拥有 M 的难度值。

3.2 解法

这题也是一个动态规划的模型，对于每种摆放方法，我们可以发现在所有平台对都摆放好后，再插入最高的平台对，它们的位置是不可以穿插其他高度的。同时，如果一个排列有 N 对平台和 M 的难度值，其实它有 $2 \times N + 1$ 的平台间隔。并且其中 M 是上升的，那么剩下的 $2 \times N + 1 - M$ 是下降的。当一个最高的放在上升的地方是，整个排列的难度值是不改变的，而当它放置在下降位置时难度值增加1所以我们可以使用递推方程

$$\begin{cases} f(n, m) = (2 \times n - m) f(n - 1, m - 1) + m f(n - 1, m) & n \geq m, n \geq 2 \\ f(n, m) = 0 & n < m \\ f(1, 1) = 1 \end{cases}$$

由于答案很大，需要高精度或者是`Java`。

4 Who's the boss?

4.1 题意

在某个公司里面有很多员工，这些员工每人有个唯一的ID，并且拥有唯一的薪水，同时他们每个人都有一个未必唯一身高，同时规定某个人的直接上司是所有比他高或者和他一样高，并且薪水比他高的人中薪水最低那个人。同时他也是他直接上司的下属，并且他的所有下属也成为他直接上司的下属。那么现在有一些询问，要求每个被询问ID的人他的直接上司是谁和他有多少下属。

4.2 解法

这个题的数据段很多，理清楚他们的关系后发现：每个员工只能有一个上司，但可以有很多直接下属，而这些下属还有很多下属，形成了一个树形关系。我先把所有员工按身高排序，再用SET来统计出每个员工的上司，这样形成树形关系后在统计下属个数就很方便了，直接用拓扑排序好的序列统计即可。

5 Subway tree systems

5.1 题意

对于一棵树，做一个随机DFS访问，每次只要当前节点有子节点即随机选点向下访问。先给出两个访问序列，问是否是同一棵树的访问序列。

5.2 解法

数据比较弱，直接规范化每个子树保证一定顺序即可过，我每个子树都用一个string来描述，也不超时。

6 Prison rearrangement

6.1 题意

有两个监狱，每个监狱里面有 n 个囚犯，现在希望交换 $n/2$ 对囚犯。但是考虑有一些原本在不同监狱的囚犯对在一起是很危险的，所以希望经过交换后他们还是不在一个监狱里面。那么如果保证这个条件，希望尽可能多的交换囚犯。

6.2 解法

这个题刚看尚没有什么想法，仔细思考发现，所有危险囚犯对是可以分割整个二部图为几个集合的，也就是说，比如位于1号监狱的甲如果需要到2号监狱，那么位于2号监狱的所有和甲敌对的囚犯必须得到1号监狱，这样的话可以蔓延这种关系最后形成一个整数对 x, y 保证如果甲到2号监狱那么一共要有 x 个囚犯从1号监狱到2号监狱，而 y 个囚犯从2号监狱必须得到1号监狱。现在在我们分割二部图为一些整数对后，我们希望选择一部分整数对使它们的和为 $Sum(x) = Sum(y)$ ，并且是小于 $n/2$ 的最大数。这部分就可以用背包动规来完成。

7 Sightseeing tour

7.1 题意

给定一个图 G ，其中有些边是有向的，有些边是无向的。问是否存在一条欧拉环走过所有的边。并回到出发点。

7.2 解法

对于无向图，我们知道只要图连通并且每个点的度数为2的倍数它就是一个欧拉图，而如果有向图我们需要保证连通的同时每个点的出度等于入度，那么它也是欧拉图。

那么对于混合图，如果它是连通的时候，我们其实需要把无向边分配方向使得每个点的出入度平衡。这是假设每个点已经有正负权表示出入度，那么网络流的一个经典模型帮助我们考虑到如果所有出入度能够平衡则分配可以实现，故此问题可以用网络流解决。

再考虑是否可以判定一个混合图存在一个欧拉路径而非欧拉环？

8 A number game

8.1 题意

假如有这么一个游戏，首先先在黑板上写一个数字，然后玩家可以有如下策略：如果是1，那么可以去掉它并得到1分；如果是一个素数 P ，可以将它改成 $P-1$ ，并得到一分；如果是一个合数，则可以选择将它分解成两个数，并不得分。

8.2 解法

（还不会做。。）